



Concursul Euclid este inițiat și organizat de liceul nostru începând cu anul 2000



**Concursul de matematică „Euclid”**  
**Subiect și barem de corectare clasa a VII-a**  
**- proba pe echipaje -**  
**18.04.2026**

**Subiectul I (10 de puncte)**

1. Fie  $a = \sqrt{2^{n+1} - \sqrt{2^{2n+1} - \sqrt{4^{2n}}}}$ . Arătați că  $a$  este număr natural oricare ar fi  $n$  număr natural par.

**Soluție.**

$$\sqrt{2^{n+1} - \sqrt{2^{2n+1} - 2^{2n}}} = \sqrt{2^{n+1} - 2^n} = \sqrt{2^n} = \sqrt{2^{2k}} = 2^k \in \mathbb{N}, \text{ pentru orice număr natural par } n. \dots\dots\dots 5p$$

2. Aflați numerele de forma  $\overline{abc}$  cu  $a, b$  și  $c$  distincte pentru care  $\sqrt{\overline{abc}} - \sqrt{c}$  este număr natural.

**Soluție.** c - p.p

$$c=0 \Rightarrow \sqrt{\overline{ab0}} \in \mathbb{N} \Rightarrow \overline{ab0} \text{ p.p.} \Rightarrow b = 0 \text{ (Fals)} \dots\dots\dots 1p$$

$$c=1 \Rightarrow \sqrt{\overline{ab1} - 1} = \sqrt{\overline{ab0}} \in \mathbb{N} \Rightarrow \overline{ab0} \in \{100, 400, 900\} \Rightarrow \overline{abc} \in \{101, 401, 901\} \dots 1p$$

$$c=4 \Rightarrow \sqrt{\overline{ab4} - 4} = \sqrt{\overline{ab2}} \in \mathbb{N} \Rightarrow \overline{ab2} \text{ p.p. (Fals)} \dots\dots\dots 1p$$

$$c=9 \Rightarrow \sqrt{\overline{ab9} - 3} = \sqrt{\overline{ab6}} \in \mathbb{N} \Rightarrow \overline{ab6} \text{ p.p.} \Rightarrow \overline{abc} \in \{259, 579, 679\} \dots\dots\dots 1p$$

$$\hat{\text{În concluzie}} \overline{abc} \in \{401, 901, 259, 579, 679\} \dots\dots\dots 1p$$

**Subiectul II (10 de puncte)**

Segmentul  $AB$  este diametru pentru cercul de centru  $O$  și rază 4 cm. Mijloacele razelor  $OA$  și  $OB$  sunt punctele  $C$ , respectiv  $D$ . Prin  $C$  și  $D$  se duc două drepte paralele care intersectează cercul în  $E$  și  $H$ , respectiv  $F$  și  $G$ . Punctele  $E$  și  $F$  sunt de aceeași parte a dreptei  $AB$ .

- Demonstrați că  $EFGH$  este paralelogram.
- Demonstrați că  $F, O$  și  $H$  sunt coliniare.
- Dacă  $FH \perp AB$ , calculați aria patrulaterului  $EFGH$ .

**Soluție.**

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} EH \parallel FG \\ AB - \text{secanta} \end{array} \right\} \Rightarrow \sphericalangle C = \sphericalangle D (\text{alt. ext.}) \Rightarrow \widehat{AH} = \widehat{FB} \Rightarrow AH = FB$$

$$\left. \begin{array}{l} AB \text{ diametru} \\ \widehat{AH} = \widehat{FB} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{HB} = \widehat{AF} \Rightarrow \sphericalangle HAB = \sphericalangle FBA \dots\dots\dots 1p$$

$$\triangle AHC \stackrel{\text{U.L.U.}}{\cong} \triangle BFD \Rightarrow HC = DF(1) \dots\dots\dots 1p$$

$$\triangle ACE \stackrel{\text{U.L.U.}}{\cong} \triangle BDG \Rightarrow CE = DG(2) \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Din (1) și (2)} \Rightarrow HE = FG \text{ și } HE \parallel FG \Rightarrow HGFE \text{ paralelogram} \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{b) } CH \parallel DF \text{ și } CH = DF \Rightarrow CHDF \text{ paralelogram și } O \text{ mijlocul lui } CD, \text{ atunci } O \text{ este mijlocul lui } HF \Rightarrow H, O, F \text{ coliniare} \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{c) } \triangle FOD \sim \triangle FGH \Rightarrow \frac{4}{FG} = \frac{2}{GH} = \frac{FD}{8} \text{ și } FD = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \dots\dots\dots 1p$$

$$FG = \frac{16\sqrt{5}}{5} \dots\dots\dots 1p$$

$$GH = \frac{8\sqrt{5}}{5} \dots\dots\dots 1p$$

$$A_{EFGH} = \frac{16\sqrt{5} \cdot 8\sqrt{5}}{25} = \frac{128}{5} \dots\dots\dots 1p$$

