Concursul Euclid este iniţiat şi organizat de liceul nostru începând cu anul 2000

COLEGIUL NAȚIONAL „VASILE ALECSANDRI" IAȘI

Concursul de matematică „Euclid"
Subiect clasa a V-a - proba pe echipaje
18.04.2026

SUBIECTUL I (10 puncte)

Iepurașul de Paște i-a vizitat pe Matei și Andrei și le-a lăsat celor 2 frați un săculeț cu n bomboane. Cei doi au început să joace un joc, astfel încât iau alternativ 1, 2, 3, 4 sau 5 bomboane din săculeț, fără a le pune înapoi. Cel care ia ultima bomboană câștigă. Dacă Matei începe jocul, determinați toate valorile posibile ale lui n pentru ca acesta să poată construi o strategie câștigătoare și descrieți strategia.

BAREM SUBIECTUL I

Se observă că la fiecare mutare a unui jucător, numărul de bomboane luate împreună cu mutarea anterioară a adversarului poate fi 6 (deoarece $1+5=2+4=3+3=6$) **2p**

Fie r restul împărțirii lui n la 6, deci r poate fi $1, 2, 3, 4$ sau 5. La prima mutare, Matei ia exact r bomboane, lăsând în săculeț un număr de bomboane divizibil cu 6 .... **2p**

În continuare, la fiecare mutare a lui Andrei (care ia $k = 1, 2, 3, 4$ sau 5 bomboane), Matei va lua $6-k$ bomboane. Astfel, rămânând mereu multiplu de 6 bomboane în săculeț **2p**

Cum înaintea fiecărei mutări a lui Andrei numărul de bomboane este multiplu de 6 nenul, Andrei nu poate lua toate bomboanele **2p**

Așadar, Matei are strategie câștigătoare dacă și numai dacă n **nu** este multiplu de 6 .... **2p**

Notă: Dacă elevul indică doar răspunsul (n nu este multiplu de 6) fără a descrie strategia, se acordă maxim **3p**.

SUBIECTUL II (10 puncte)

Demonstrați că nu există niciun număr natural astfel încât fracțiile $\frac{500n+761}{2026}$, $\frac{425n+528}{2026}$, $\frac{450n+331}{2026}$ și $\frac{651n+473}{2026}$ să fie simultan numere naturale.

BAREM SUBIECTUL II

Se presupune prin reducere la absurd că există un număr natural n astfel încât toate cele patru fracții să fie simultan numere naturale **1p**

Atunci și suma celor patru fracții este număr natural **2p**

Obține $S = \frac{2026n+2093}{2026} = n + \frac{2093}{2026}$ **4p**

Dar $\frac{2093}{2026} = 1\frac{67}{2026}$, care nu este număr natural **2p**

Contradicție cu presupunerea făcută. Așadar nu există niciun număr natural n pentru care cele patru fracții să fie simultan numere naturale **1p**