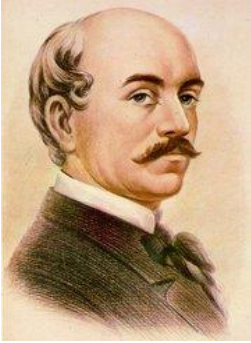


Concursul Euclid este inițiat şi organizat de liceul nostru începând cu anul 2000

COLEGIUL NAȚIONAL
„VASILE ALECSANDRI"
IAȘI

# Concursul de matematică „Euclid"
# Subiect şi barem clasa a V-a - echipaje
# 20.04.2024

**SUBIECTUL I (10 puncte)**

Comparați numerele $a=\frac{5^{62}}{2^{42}}$ și $b=\frac{25^{31}}{3^{28}}$.

**BAREM SUBIECTUL I**

$a=\frac{5^{62}}{(2^3)^{14}}=\frac{5^{62}}{8^{14}}$ ..........2p+2p

$b=\frac{(5^2)^{31}}{(3^2)^{14}}=\frac{5^{62}}{9^{14}}$ ..........2p+2p

$a>b$ ..........2p

**SUBIECTUL II (10 puncte)**

Aflați cifrele $x$ și $y$ pentru care $\overline{1,x(y)}+\overline{0,y(x)}=\overline{(y-x),(3)}$.

**BAREM SUBIECTUL II**

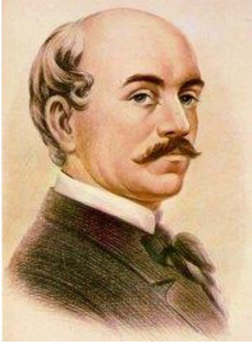
$\overline{1,x(y)}=\frac{\overline{1xy}-\overline{1x}}{90}=\frac{90+9x+y}{90}$ ..........2p

$\overline{0,y(x)}=\frac{\overline{yx}-y}{90}=\frac{9y+x}{90}$ ..........2p

$\overline{(y-x),(3)}=\frac{\overline{(y-x)3}-(y-x)}{9}=\frac{10(y-x)+3-y+x}{9}=\frac{9y-9x+3}{9}$ ..........2p

$9+x+y=9y-9x+3$ ..........2p

$5x+3=4y, x=1, y=2$ și $x=5, y=7$ ..........2p



Concursul Euclid este iniţiat şi organizat de liceul nostru începând cu anul 2000

# Concursul de matematică „Euclid” Subiect și barem de corectare clasa a VI-a – proba pe echipaje 20.04.2024

**SUBIECTUL I (10 puncte)**

a) Determinaţi mulţimea $A=\{ (-1)^n \cdot 1+(-1)^m \cdot 2 \mid m, n$ numere întregi$\}$.

b) Daţi exemple de numere naturale m, n, p, q astfel încât $(-1)^n \cdot 1+(-1)^m \cdot 2+(-1)^p \cdot 3+(-1)^q \cdot 4 = 0$.

c) Arătați că $(-1)^n \cdot 1+(-1)^m \cdot 2+(-1)^p \cdot 3+(-1)^q \cdot 4+ (-1)^s \cdot 5+(-1)^t \cdot 6 \neq 0$ oricare m, n, p, q, s, t numere naturale.

**BAREM SUBIECTUL I**

a) Studiază toate cazurile m, n- pare; m, n-impare; m- par, n- impar; m- impar, n- par şi determină mulţimea $A = \{-3, -1, 1, 3\}$..........4p

b) n, q pare, m, p impare sau invers..........3p

c) $\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4 \pm 5 \pm 6 \neq 0$..........3p

**SUBIECTUL II (10 puncte)**

Unghiul alungit $\sphericalangle A_1OA_{19}$ este împărţit în 18 unghiuri adiacente de semidreptele $OA_2$, $OA_3$, ...,$OA_{18}$ astfel încât $\sphericalangle A_2OA_3 = \sphericalangle A_1OA_2+1°$, $\sphericalangle A_3OA_4 = \sphericalangle A_2OA_3 +1°$,..., $\sphericalangle A_{18}OA_{19} = \sphericalangle A_{17}OA_{18}+1°$.

**a)** Arătați că $1° < \sphericalangle A_1OA_2 < 2°$.

b) Arătați că măsura unghiului $\sphericalangle A_1OA_3$ este exprimată printr-un număr natural de grade.

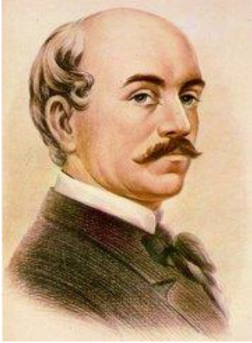
c) Arătați că $OA_{12} \perp OA_{18}$ .

**BAREM SUBIECTUL II**

**a)** Notăm $\sphericalangle A_1OA_2 = x \Rightarrow \sphericalangle A_2OA_3 = x + 1° \Rightarrow \sphericalangle A_3OA_4 = x + 2° \Rightarrow .......\Rightarrow$
$\sphericalangle A_{18}OA_{19} = x + 17°$ ..........................................................................................................1p
Adună $x + x + 1 + x + 2 + ... + x + 17 = 180° \Rightarrow 18x+153°=180°$ ..............................................2p
Află $x= 1°30' \Rightarrow 1° < \sphericalangle A_1OA_2 < 2°$..........................................................................................2p

**b)** $\sphericalangle A_1OA_3= 2x+1°= 4°$deci este număr natural...........................................................................2p

**c)** $\sphericalangle A_{12}OA_{18} = 6x+11°+12°+13°+...+16°= 90° \Rightarrow OA_{12} \perp OA_{18}$...................................................3p



*Concursul Euclid este inițiat și organizat de liceul nostru începând cu anul 2000*

COLEGIUL NAȚIONAL „VASILE ALECSANDRI” IAȘI

# Concursul de matematică „Euclid”
# Subiect și barem clasa a VII-a - echipaje
# 20.04.2024

**SUBIECTUL I (10 puncte)**

a) Determinați $n=\overline{ab}$ pentru care $7\sqrt{n}=4(a+b)$.

b) Găsiți numerele $\overline{abcd}$ pentru care este adevărată relația: $\sqrt{1\cdot\sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{\overline{cb}}+4\sqrt{c}}=d$ .

**BAREM SUBIECTUL I**

a) $\overline{ab}$ pătrat perfect $\Rightarrow$ $\overline{ab}\in\{16, 25, 36, 49, 64, 81\}$…………………………………… 2 puncte

$7\sqrt{\overline{ab}}\,\vdots\,4 \Rightarrow 7\sqrt{16}\,\vdots\,4 \Rightarrow 4\cdot(1+6)=7\cdot4$ (A)………………………………………… 1 punct

$7\sqrt{\overline{ab}}\,\vdots\,4 \Rightarrow 7\sqrt{64}\,\vdots\,4 \Rightarrow 4\cdot(6+4)=7\cdot8$ (F)………………………………………… 1 punct

n=16…………………………………………………………………………………… 1 punct

b) a, b, c, $\overline{cb}$ pătrate perfecte $\Rightarrow$ $\overline{cb}=49 \Rightarrow$ c=4, b=9……………………………… 3 puncte

$d=\sqrt{\sqrt{a}+35} \Rightarrow$ a=1, d=6$\Rightarrow$ $\overline{abcd}=1946$………………………………………… 2 puncte

**SUBIECTUL II (10 puncte)**

Se consideră paralelogramul ABCD, $AC\cap BD=\{O\}$. Fie M simetricul lui A față de B, $OM\cap BC\equiv\{N\}$ și $AN\cap CM=\{P\}$.

a) Arătați că OPBA este paralelogram.

b) Dacă $A_{MNP}=24$ cm$^2$, calculați aria lui ABCD.

**BAREM SUBIECTUL II**

a) In $\Delta$ACM : CB, MO mediane $\Rightarrow$ N este centrul de greutate al $\Delta$ACM…………….. 2 puncte

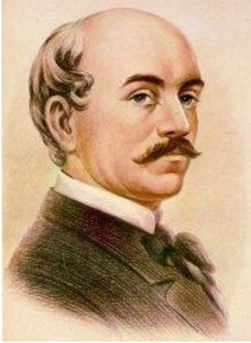
AP mediană $\Rightarrow$ P mijloc CM, O mijloc AC $\Rightarrow$OP linie mijlocie în $\Delta$ACM……….. 1 punct

OP∥AM $\Rightarrow$ OP∥AB si $OP=\dfrac{AM}{2}=AB \Rightarrow$ OPBA paralelogram………………….. 2 puncte

b) N centrul de greutate al $\Delta$ACM$\Rightarrow$ $A_{MNP}=A_{NPC}=A_{CNO}=A_{ANO}=A_{ANB}=A_{BNM}=24cm^2$ 3puncte

$A_{ABC}=3\cdot24=72cm^2$ ……………………………………………………… 1 punct

$A_{ABCD}=2\cdot72=144cm^2$ …………………………………………………… 1 punct





COLEGIUL NAȚIONAL „VASILE ALECSANDRI” IAȘI

# Concursul de matematică „Euclid”
# Subiect clasa a VIII-a – proba pe echipaje
# 20.04.2024

**SUBIECTUL I (10 puncte)**

**a)** Descompuneți în produs de factori expresia $E(x, y) = (x^2 - 2xy + y)(x^2 - 2xy + y + 7) + 12$.
**b)** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a, b \in \mathbb{N}^*$ și $p$ un număr natural nenul. Arătați că, oricare ar fi numerele reale $m$ și $n$, expresia $E = f(m) - f(n) + p \cdot f\left(\frac{n-m}{p}\right)$ este divizibilă cu $b$.

**SUBIECTUL II (10 puncte)**

Fie $ABCA'B'C'$ o prismă triunghiulară regulată cu $BC' = 6\sqrt{3}\ cm$ și $\sphericalangle (A'C; BC') = 60^0$.

**a)** Determinați lungimea laturii $AB$.
**b)** Determinați tangenta unghiului format de planele $(A'B'C')$ și $(A'BC)$.

# Concursul de matematică „Euclid”
# Subiect și barem clasa a VIII-a - echipaje
# 20.04.2024

**SUBIECTUL I (10 puncte)**

**a)** Descompuneți în produs de factori expresia $E(x,y) = (x^2 - 2xy + y)(x^2 - 2xy + y + 7) + 12$.
**b)** Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a, b \in \mathbb{N}$ și $p$ un număr natural nenul. Arătați că, oricare ar fi numerele reale $m$ și $n$, expresia $E = f(m) - f(n) + p \cdot f\left(\frac{n-m}{p}\right)$ este divizibilă cu $b$.

**BAREM SUBIECTUL I**

**a)** Fie $x^2 - 2xy + y = a$
$(x^2 - 2xy + y)(x^2 - 2xy + y + 7) + 12 = a(a + 7) + 12$........................................2p
$a^2 + 7a + 12 = (a + 3) \cdot (a + 4)$..........................................................................2p

$E(x,y) = (x^2 - 2xy + y + 3)(x^2 - 2xy + y + 4)$........................................................1p

b)
$E = p \cdot$ b........................................................................................................ 4p
$E \vdots b$..............................................................................................................1p

**SUBIECTUL II (10 puncte)**

Fie $ABCA'B'C'$ o prismă triunghiulară regulată cu $BC' = 6\sqrt{3}\ cm$ și $\measuredangle\ (A'C; BC') = 60^0$.

**a)** Determinați lungimea laturii $AB$.
**b)** Determinați tangenta unghiului format de planele $(A'B'C')$ și $(A'BC)$.

**BAREM SUBIECTUL II**

**a)** Fie M simetricul lui A față de C
A$'C'MC$ −paralelogram..............................................................................1p
$\measuredangle\ (\mathrm{A'C}, \mathrm{BC'}) = \measuredangle\ (\mathrm{BC'}, \mathrm{C'M}) = \measuredangle\ \mathrm{BC'M} = 60^0$.....................................................1p
$\triangle$ BC$'$M −echilateral.................................................................................1p
$\triangle$ ABM −dreptunghic ......................................................................................1p
$AB = 6cm$..........................................................................................1p

**b)**
$(A'B'C') \parallel (ABC)$........................................................................................1p
Fie P mijlocul lui BC
$\measuredangle\ \big((ABC), (A'BC)\big) = \measuredangle\ (A'P, AP) = \measuredangle\ A'PA$.......................................................2p
$AA' = 6\sqrt{2}cm, AP = 3\sqrt{3}\ cm$........................................................................1p
$tg(A'AP) = \frac{2\sqrt{6}}{3}$..........................................................................................1p